

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
КАТЕДРА „ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА“



**Софизмите в помощ на учителите по математика,
информатика и информационни технологии**

ДИПЛОМНА РАБОТА

на

Александра Георгиева Жечева, фак. № М-22011

Магистърска програма:

“Технологии за обучение по математика и информатика”

Дипломен ръководител:

гл. ас. д-р Филип Петров

София, 2017 г.

СЪДЪРЖАНИЕ

УВОД	3
1. ИСТОРИЧЕСКИ БЕЛЕЖКИ	5
1.1. Исторически сведения за софистиката като философско течение в древна Гърция.....	5
1.2. Именити софисти и примери за популярни софизми	7
Протагор.....	8
Горгий.....	10
Антифон	11
Хипий	12
2. СОФИЗМИТЕ В МАТЕМАТИКАТА И ИТ	14
2.1. Дефиниране на понятието математически и ИТ софизъм	14
2.2. Педагозите и методистите за математическите софизми	14
2.3. Софизмите и критичното мислене	17
2.4. Софизмите като средство за привличане на внимание	20
2.5. Роля и място на софизмите от гледна точка на методиката	24
3. ЕЛЕКТРОНЕН РЕСУРС СЪС ЗАДАЧИ	25
3.1. Преглед на съществуващи решения и мотивировка за създаване на електронен ресурс със задачи.....	25
3.2. Подбор на задачи. Източници	26
3.3. Избор на технически средства.....	29
3.4. Осъществяване на проекта.....	34
4. АНКЕТА	35
4.1. Преглед на въпросите в анкетата. Целева група.....	35
4.2. Анализ на отговорите	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
ЛИТЕРАТУРА	43

УВОД

Понятието „софизъм“ произхожда от гръцката дума „σοφία“, която буквално преведена означава „мъдрост“. Философското педагогическо течение на софистите се заражда още в Древна Гърция [18], но обектът и предметът на работата им е значително по-широк, отколкото е фокусът на настоящата дипломна работа. Модерното и по-тясно значение на думата „софизъм“ в педагогиката е *„целенасочено неправилно умозаклучение, което изглежда формално коректно“* [10]. Една задача с приложен софизъм предполага представяне на решение, което е с привидно вярно изложена логическа последователност от стъпки, като в една или повече от тези стъпки има целенасочено допусната и обикновено трудно откриваема грешка, заради която решението на задачата достига до неочакван и често парадоксален краен резултат. Парадоксите от своя страна са невъзможни ситуации, които са в разрез със здравата логика. Някои автори смятат, че представянето на логически парадокси и софизми е ценно за възбуждане на критично мислене [10]. Поради тази причина демонстрирането и обсъждането на задачи с математически софизми може да бъде използвано като дидактическо средство за възбуждане на когнитивен дисонанс към откриване на допуснатите грешки.

Към днешна дата липсват исторически сведения относно използването на задачи със софизми в практиката на учителите през вековете. Въпреки това, можем да предположим, че софизмите са били използвали като педагогически подход за повишаване на вниманието на учениците към „малките детайли“ в процеса на решаване на задачи. В подкрепа на това предположение е фактът, че до нас са достигнали не малко примери за задачи със софизми. В същото време, сборници посветени конкретно на задачите със софизми, каквито са например [3], [8] и [10], почти липсват, както и рядко се срещат примери в научни публикации, подобни на [7]. Важно е да се отбележи, че от гореспоменатите, само [3] е дело на български автори и издаден на български език. Поради факта, че информатиката и ИТ са сравнително нови учебни предмети, подобни трудове и публикации почти напълно липсват. По тази причина авторът смята, че проблемът за намиране, систематизиране и разпространение на задачи от математическа и ИТ софистика сред учителската общност е актуален и един пилотен проект за набиране и систематизиране на подобни задачи би могъл да послужи като добър старт за бъдещи изследвания в тази област.

Целта на дипломната работа е да се създаде електронен ресурс със задачи, свързани с прилагане на софистика, който да служи като дидактическо средство, в помощ на учителите по математика, информатика и информационни технологии (ИТ).

Задачи на дипломната работа са:

1. Да се изложи, в исторически план, възникването и развитието на софистиката; да се дадат сведения за някои основни фигури, свързани със софистичното течение във философията и да се приведат примери за популярни софизми (парадоски, апории);
2. Да се направи литературен преглед на съществуващите източници, които пряко разискват въпроса за използване на софистични задачи в училищния курс и да се изложат ползите от разглеждането на задачи със софизми в часовете по математика, информатика и ИТ;
3. Да се подбере набор от задачи свързани с математическа софистика и да се определи тяхното евентуално място за приложение в утвърдените от МОН учебни програми по математика в България;
4. Да се подбере набор от задачи свързани със софистика в информационните технологии и да се определи тяхното евентуално място за приложение в утвърдените от МОН учебни програми по информатика и ИТ в България;
5. Да се подберат технически средства и да се разработи уебсайт, който да послужи като електронен ресурс със задачи от математическа и ИТ софистика в помощ на учителите по тези учебни предмети;
6. Да се състави анкета, чрез която да се проучат мнения и нагласи на действащи учители към евентуалната практическа употреба на създадения електронен ресурс;
7. Да се направи анализ и обобщение на проведената анкета.

Работната хипотеза е, че създаденият електронен ресурс със задачи ще бъде приет с отлични отзиви от действащи учители по математика, информатика и ИТ.

1. ИСТОРИЧЕСКИ БЕЛЕЖКИ

1.1. Исторически сведения за софистиката като философско течение в древна Гърция

Твърде малко трудове на древногръцките мислители, нарекли себе си софисти, са оцелели до наши дни. Повечето от тези трудове са били заклеямени и публично унищожени. Така за делото на софистите и историческото наследство, което оставят след себе си, научаваме от косвени свидетелства, откъси от техни произведения, както и от диалозите на Платон, който открито критикува софистите и техните прийоми за водене на дискусия.

Макар към днешна дата софистиката да е считана за философско течение, съвременниците на софистите в лицето на Платон и Аристотел се опитвали да разграничат философията от софистиката. Един от основните им и най-тежки аргументи бил насочен срещу практиката на софистите да взимат определена парична такса от своите ученици.

Както се твърди в [22], *„софистите били странстващи професионални учители и интелектуалци, които посещавали Атина и други гръцки градове през втората половина на 5 век пр.н.е. В замяна на такса софистите предлагали на младите богати гръцки мъже образование в aretē (добродетел, превъзходство), като по този начин постигали богатство и слава, като същевременно предизвиквали значителна антипатия. Дотогава, aretē се свързва предимно с аристократични войнски добродетели като кураж и физическа сила. В демократична Атина, в края на 5 век пр.н.е., под aretē се разбират все повече уменията за влияние върху нечий съграждани на политически събирания чрез реторични убеждения. Софистичното движение едновременно възниква и се възползва от тази промяна“*.

Така, в края на 5 век пр.н. е., думата „софист“ придобива отрицателно значение, а софистиката става синоним на неистинно познание. Аристотел нарича софиста *„търговец на привидна мъдрост“* [14]. Сократ и Платон също критикуват открито дейността на софистите и поради голямото им влияние терминът "софизъм" дълго време се тълкувал като *„преднамерено използване на погрешни разсъждения, интелектуално шарлатанство и морална безскрупулност“* [22].

Осъдителните думи са насочени преди всичко срещу тяхното отхвърляне на абсолютните истини за света. Те считали, че всяко знание е относително. Нещо повече, софистът Горгий оспорил смисъла на онтологията като дисциплина, занимаваща се с изследването и разбирането на съществуващото, реалността и битието като цяло. Той твърдял, че нищо не съществува и насочвал стрелите на своето остроумие срещу сърцевината на всяка философска теория по онова време – срещу убеждението, че има истинно знание за битието. А ако все пак съществува някакво истинно знание за битието, то е непознаваемо, защото нищо не ни гарантира, че познанието ни е достоверно. По-нататък Горгий добавя, че дори и да го познаем някак си, няма как да го изразим адекватно. А и да бъде изразено, не трябва да очакваме разбиране от другите хора относно това, което казваме. Според [22], тези аргументи могат да се обобщят в следната *"трилема"*:

- i. *Нищо не съществува;*
- ii. *Дори ако съществуването съществува, то не може да бъде известно;*
- iii. *Дори и да е известно, то не може да бъде съобщено.*

Протагор, който пръв нарича себе си „софист“, изразява идеята за относителността с една забележителна фраза: *“Човек е мярка на всички неща - на съществуващите, че съществуват и на несъществуващите, че не съществуват”* [22].

Това е основание за софистите да твърдят, че всеки човек може да докаже своята истина за нещата, която зависи от обстоятелствата на неговия живот, от опита му, от ситуацията, в която се намира и не на последно място от логическите и словесните му умения. Протагор считал, че поради тези причини, на всяко твърдение може да се противопостави контратвърдение, че в научните спорове всеки аргумент може да бъде оборен с контраргументи. В този смисъл противниците на софистите ги обвинявали в празнословие, твърдейки, че по този начин философските и теоретичните спорове спират да служат за достигане до истината и се превръщат в средство за победоносно налагане на едно мнение над друго.

Вероятно поради историческите и филологически трудности, които възникват при тълкуването на софистиката, софистите и техните учения са едновременно и хвалени, и хулени; за едни те били любими оратори и просветители, а за други – интелектуални шарлатани и мошеници. И все пак, от средата на 19 век софистите биват

реабилитирани в редица научни трудове. Както се твърди в [22], „за Хегел (1840) софистите са били субективисти, чиято скептична реакция към обективния догматизъм на досократовската философия е синтезирана в работата на Платон и Аристотел. За утилитарния английски класик Джордж Грот (1904 г.), софистите били прогресивни мислители, които поставяли под съмнение преобладаващия морал на своето време. По-скорошната работа на френски теоретици, каквито са Жак Дерида (1981) и Жан Франсоа-Лиотар (1985), разглежда сходствата между софистиката и постмодернизма“.

Според същия източник, в исторически план, „софистиката допринася истински и по оригинален начин за развитието на западната мисъл“. И несъмнено, делото на софистите има редица положителни страни и принос към:

- **Логиката** - за да успее да спечели аудиторията на своя страна, софистът развива уменията да формулира правилно и убедително съжденията си. Така се създават основите на формалната логика, която Аристотел превръща в наука.
- **Диалектиката** - софистическата беседа развива диалектичното мислене, защото изисква овладяване на изкуството да се противопоставят различни аргументи.
- **Реториката** - софистът е изкусен оратор. Софистите оформят принципите на ораторското изкуство, т.е. уменията убедително и красноречиво да убеждаваш публиката в правотата си.
- **Критичното мислене** - като защитава възгледа, че няма всеобща истина, софистиката фактически опонира на всяко прието безусловно знание. А това означава, че още тогава се поставят основите на тъй важното за познанието критично мислене.

1.2. Именити софисти и примери за популярни софизми

Най-известните представители на ранното софистично движение, познати днес от диалозите на Платон, са: Протагор, Горгий, Антифон, Хипий, Продик и Тазимах. Условно те биват наричани „стари софисти“ [13], което според [22] е начин да бъдат

разграничени от техните последователи от 4 век пр.н.е., които били особено непопулярни сред натур-философите от онова време.

- **Протагор**

Протагор, считан за основоположник на софистичното движение, бил родом от Тракийския град Абдера. Смята се, че е роден около 490 г. пр.н.е. и умира на около 70 годишна възраст. Протагор пътувал из Гърция от град на град и препечелвал като учител и съветник. Всъщност, бил известен с това, че изисквал твърде високи такси срещу услугите си [22]. Неговото учение включвало публично говорене, критика на поезията, гражданство и граматика. Методите му на преподаване се състояли предимно от лекции, анализи на стихове, дискусии за значенията и правилното използване на думите и общи правила на реториката, а основен предмет на реторическите му занимания бил въпросът как по-слабият аргумент да стане по-силен. Публиката на софиста се състояла главно от богати мъже от социалния и търговски елит на Атина. Според [22], неговата популярност сред тази обществена прослойка вероятно има връзка със специфичните особености на атинската правна система, където всеки, който бил изправен пред съда, трябвало да се представлява и защитава сам. Освен, че различни политически и лични съперничества често се пренасяли в съда, така също един специален вид обществена повинност, позната като „литургия“, можел да доведе до процедура, известна като "замяна". Литургията представлявала обществен разход (построяване на кораб за флота, финансиране на религиозен празник и др.), който се възлагал на най-богатия човек в общността. Ако той обаче сметнел, че литургията му е била възложена несправедливо и има някой по-богат от него, който може да се заеме с това, той бил в правото си да заведе дело за прехвърляне тежестта на литургията върху по-богатия или да претендира за замяна на своето имущество срещу това на другия [22]. И тъй като атиняните трябвало да се представляват сами в съда, за богатите било важно да се научат да говорят добре, за да защитават собствеността си. Тези, които не умеели да боравят умело с думите, рискували да се оставят на милостта на всеки, който искал да измъкне пари от тях. Така тази необходимост направила учението на Протагор изключително ценно, като в същото време била предпоставка то да спечели своите противници в лицето на философи като Платон и Аристотел.

Вероятно, заради практическата страна на своето учение – да помага на учениците си да говорят добре в съдебната зала, Протагор се интересувал от смисъла на думите, специалност често свързвана с друг софист – Продик. В „Протагор“, платоновият диалог, наречен на името на известния софист, в който герои са както Протагор, така и Продик, първият интерпретира поема на Симонидис, отдавайки специално внимание на връзката между авторовото внушение и буквалното значение на думите. Този метод на интерпретация бил особено полезен при тълкуването на закони и други писмени свидетелства (договори, завещания и т.н.) в съдебната зала.

Според [22], по-късни източници описват Протагор като един от първите, които пишат за граматиката (в съвременния смисъл на синтаксиса), като по този начин допринася за развитието на *ортоепията* (букв. „правоговор“; *наука за правилното използване на думите*). Според [2], „различавал 4 типа изречения: молба, въпрос, отговор и заповед. Систематизирал родовите окончания на съществителните, въвел названията на четирите наклонения на глаголите и пръв определил времената им. Занимавал се и с литературна критика на пасажии от поемите на Омир“. Негови са съчиненията: „Оборващи речи“ (*Katabállontes lógoi*) и „Истина“ (*Alétheia*), от което са запазени фрагменти, а скептичното му отношение към боговете е намерило отражение в съчинението му „За боговете“ (*Peri theôn*).

Друг интригуващ аспект от живота и работата на Протагор е неговото познанство с великия атински генерал и държавник Перикъл (495-429 г. пр.н.е.). Военен стратег и демократичен водач, Перикъл поема управлението на Атинската държава през 461 пр.н.е. и управлява до 429 пр.н.е., като завършва реформите по демократизацията на полиса. По време на неговото управление, наричано още "златен век на Перикъл", Атина се превръща в икономически, политически и културен център на древногръцкия свят. По същото време започва и строителството на великолепните храмове Партедона, Пропилеите, Одеона и др.

Ученик на Зенон от Елея, Перикъл изглежда почитал философите - покровителствал Фидий, Софокъл, Херодот и др. Бил смятан за образец на гръцкото красноречие, уважавал софистите и по-конкретно Протагор, комуто поверил изготвянето на закони за атинската колония Турии през 444 г. пр.н.е. [22].

От философска гледна точка Протагор е най-известен със своята релативистична представа за истината - заради твърдението, че *"човек е мярка на всички неща"* [22] - и неговия агностицизъм по отношение на боговете, който проличава в твърдението: *"що*

се отнася до боговете, аз не мога да знам дали те съществуват или не, нито какви са по своята същност. Защото има много неща, които възпрепятстват знанието - неизвестността на материята и краткостта на човешкия живот" [22]. Въпреки, че тази форма на религиозен агностицизъм не била напълно чужда на образованото атинско съсловие, Протагор бил обвинен в безбожие и прокуден от атиняните, а книгите му били публично изгорени. Според една от версиите за смъртта му, той загива на път за Сицилия, когато корабът му потъва [22].

- **Горгий**

Горгий (483-375 г. пр.н.е.) пристигнал в Гърция от Леонити в Сицилия. Малко се знае за живота на софиста до мисията му в Атина през 427 г. пр.н.е., като политически посланик, търсещ военна помощ от гръцкия полис срещу Сиракуза. Той изнесъл редица речи, които смаяли атинската публика и му спечелили слава и възхищение. Според [13], при посещението си в амфитеатъра в Атина, Горгий се осмелил да предизвика публиката, приканяйки я да предложи коя да е тема - той бил готов да говори без предварителна подготовка, заявявайки, че знае всичко и може да се аргументира по всеки въпрос.

След завършване на мисията си той пътувал из цяла Гърция като оратор и учител по реторика. Бил ученик на Емпедокъл, а според Квинтилиан (известен римски реторик от 1 в.н.е.), бил учител на Изократ и Менон, други известни реторици и софисти [22].

Според [2], „с неговото име са свързани т.нар. Горгиеви фигури: антитеза (противопоставяне), изоколон (смислово завършени части от изречението, съдържащи еднакъв брой срички) и хомойотелеутон (съзвучие на завършеците). Горгий се стреми да увеличи художествената стойност на своята проза с честа употреба на поетически изрази. Поради това е смятан за основоположник на епидеиктичното красноречие. Писаните от него речи са с измислен или взет от митологията сюжет. Запазени са в цялост *“Възхвала на Елена”* (Encomion Helènes) и *“Защита на Паламед”* (Hupér Palamédus Apología). За непълната *“Надгробна реч”* (Epitáphios) се знае, че е била произнесена в Атина.“

Горгий е също автор на трактата *“За природата, или за несъществуващото”*, в който, според [22], прозира любовта на софиста към парадоксите. „Предметът на този

текст е онтологичен (отнасящ се до природата на битието), но също така се занимава с езика и епистемологията (изучаването на природата и ограниченията на знанието). Той може да се разбира и като упражнение в софистична реторика - Горгий се занимава с един аргумент, който очевидно е невъзможно да се опровергае, а именно, че след като разгледаме нашия свят, трябва да стигнем до извода, че "нещата съществуват". Неговият мощен аргумент срещу противоположното доказва способностите му като учител и оратор, а някои вярват, че текстът е бил използван като реклама на неговите умения“ [22].

В изложението на трактата Горгий поставя следното логическо противоречие: „ако несъществуващото съществува, тогава то съществува и не съществува едновременно“ [13]. След това той отрича съществуването на самото съществуване, защото, ако съществува, то е или безкрайно, или породено. Ако е безкрайно, то няма начало и следователно няма граници. Ако е без граници, то е "никъде" и следователно не съществува. И ако съществуването е породено, то трябва да произлезе от нещо и това нещо е самото съществуване, което е друго противоречие. По същия начин, от несъществуващото не може да произлезе нищо. След това софистът обяснява, че съществуването не може да бъде „едно“ или „много“, тъй като ако е „едно“, то би било неделимо и следователно не е едно. Ако е „много“, това би било „съставено от отделни единици“ и вече не би било нещо, известно като съществуващо [13].

Според [13], Горгий живял до 108 годишна възраст без да страда от проблемите на старостта и с бистър ум като на млад мъж.

- **Антифон**

Антифон от Рамнун (ок. 480-411 г. пр.н.е.) бил ревностен привърженик на олигархическата партия в Атина. През 411 г. пр.н.е. участвал в антидемократическия преврат на "400-те", а след падането им бил осъден и екзекутиран. В произведението си „История на Пелопонеската война“, Тукидид оценява високо неговата защитна реч в съда [2].

Пак според [2], Антифон учредил ораторска школа и пръв записал и публикувал своите речи. Запазени са три тетралогии с образцови речи с учебна цел, както и други три речи, които били действително произнесени в съда, като всички те касали процеси за убийства. Той допринесъл за развитието на практическото красноречие като пръв от

ораторите създали някои формули и подходящ за широката аудитория език. Антифон използвал и сложни изрази с подчинени изречения, т.нар. периоди, а също и често си служил с антитези. Установил деленето на речта на увод, изложение, аргументация и заключение.

- **Хипий**

Хипий от Елида (ок. V в. пр.н.е.) е изобразен в диалозите на Платон - „*Големият Хипий*“ и „*Малкият Хипий*“ - като прекалено суетен и арогантен [22]. Той обаче имал великолепна памет и бил изключително добър във всички направления на науката от онова време. Пътувайки из цяла Елада като учител и оратор, Хипий спечелил голяма слава и богатство. Според [2], разпространявал знанията си по математика, астрономия, граматика, поезия, музика и митология, както и различни занаятчийски умения. Разработил единната елинска хронология върху епохата на олимпийските игри. Направил лексикографски изследвания, свидетелство за които е едно от запазените му произведения - „*Наименования на племената*“ (*Ethnón onomasíai*).

Според [22], на Хипий била идеята за поставяне на естественото право като основа на морала. Той твърдял, че съществува един фундаментален елемент на правото, общ за законите на всички страни и смятал, че добрите и мъдрите на всички народи са естествено близки и трябва да се разглеждат като граждани на една държава. Тази идея впоследствие била разработена от Циник, а по-късно и от стоическата школа на Зенон, откъдето преминала в ръцете на юристите, за да послужи като инструмент за превръщането на римското право в законодателство на народа.

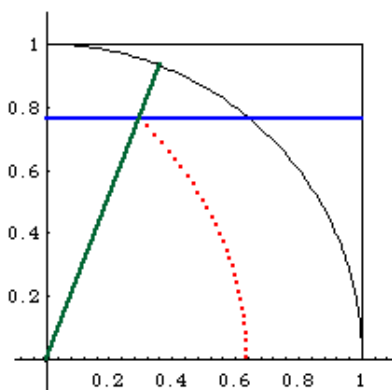
Хипий пръв употребил термина *археология* във връзка със заниманията си по история и митология. Той „създал образователна програма, просъществувала до края на Античността и преминала в средновековна система от четири предмета (т.нар. *квадрий*): астрономия, геометрия, аритметика и музика. Един от първите литератори на елинския свят, анализирал „Илиада“ и „Одисея“ от Омир“ [2]. За съжаление обаче, от тези негови съчинения са запазени незначителни фрагменти.

Според [18], познанията на Хипий били енциклопедични. В Платоновото произведение „Протагор“, той е изобразен седящ на преподавателския стол, отговарящ подробно на въпроси от всички области на науката и по-специално от астрономията, а по-нататък Протагор го обвинява, че мамил своите учениците, като ги учи на

аритметика, геометрия, астрономия и *mousikē* (музика и поезия), вместо да се съсредоточи върху преподаването на *aretē* (добродетел, превъзходство)[18]. В "Големият Хипий" той е изобразен как изнася лекции в Спарта за родословието и всички аспекти на древната история, а често е съобщаван и като лектор по живопис и скулптура. Освен това Хипий разработил мнемонична техника, която му позволява да повтори списък от петдесет имена само след едно изслушване.

Приносът на Хипий към геометрията, е свързан със забележителната в историята на античната математика задача за трисекция на ъгъл. Той предложил нова крива, наречена по-късно от Лайбниц „квадратриса“ [12]. Наименованието идва от това, че с нейна помощ може да се реши и задачата за построяване на квадрат, равнолицев на даден кръг.

Нека е даден единичен квадрат в първи квадрант, като долният ляв ъгъл съвпада с началото на координатната система. Нека е дадена отсечка, успоредна на оста x , която се движи с постоянна скорост от долната страна на квадрата, докато достигне до горната му страна. И нека има ъгъл, с начално рамо долната основа на квадрата, който се движи със същата постоянна скорост от 0 до $\pi/2$. И ъгълът, и линията започват и завършват движението си едновременно. Тогава кривата, получена от пресечните им точки, се нарича квадратриса на Хипий.



Авторът на настоящата дипломна работа ще се ограничи в по-нататъшно детайлно разглеждане на историческите сведения за живота и дейността на „старите софисти“, тъй като с това твърде много ще се отклони от целта на изложението. И все пак, от всичко казано дотук става ясно, че софистите са били изключителни ерудити и мислители, а тяхното дело оставя забележителна следа в историята на философията и

допринася за развитието на редица направления в науката и в частност, за това на математиката.

2. СОФИЗМИТЕ В МАТЕМАТИКАТА И ИТ

2.1. Дефиниране на понятието математически и ИТ софизъм

В контекста на математиката, софизъм се нарича *„умишлено, преднамерено, невярно умозаключение, което на пръв поглед ни изглежда правилно. До него се стига, като се извършват математически действия, без да са налице условията, при които те могат да се извършват, като се правят неправилни аналогии, като се смесват някои понятия, като се предлагат неточни чертежи, изобицо, като се пропускат редица промеждутъчни звена във веригата на логическите разсъждения под предлог, че пропуснатото е вярно, съвсем ясно, очевидно - а грешката се намира често точно там и затова в изложението на “доказателството” не може да се открие“*. [1]

Що се отнася до информатиката и ИТ, на автора на настоящата дипломна работа не е известно понятието „софизъм“ да е било използвано в учебната литература до този момент във връзка със задачите по тези учебни дисциплини. Поради неизменните сходства в стъпките за решаване на математическите и ИТ задачи, а така също и поради еквивалентността на методическите стратегии и очакваните резултати при използване на софистични задачи, терминът е пренесен от автора и се употребява аналогично както във връзка с математическите, така и във връзка със задачите от ИТ.

2.2. Педагозите и методистите за математическите софизми

Интересен е фактът, че източниците, цитирани в настоящата дипломна работа, които имат отношение конкретно към използването на задачи със софизми, могат да се отнесат към два много ясно обособени периода, които освен това имат и особено конкретни географски измерения. Първият период е 60-те години на миналия век, към който се отнасят [1], [7], и [8], като и трите източника са на български език, трудове на български математици – педагози и методисти. Вторият период води началото си от

средата на 90-те години на миналия век - [9], като последният труд е издаден през 2013 г. - [3], поради което можем да считаме, че това са съвременни разработки, мотивирани и повлияни от послените насоки в развитието на методиката, в контекста на съвременните образователни тенденции и подходи за следването им. Това са трудове на руски [3] и английски език [10], като вторият е плод на съвместна работа на Сергей Климчук (Klymchuk, S.), украинец по произход, понастоящем доцент в Оуклански Технологичен Университет, Нова Зеландия и д-р Сюзън Стейпълс (Dr. Staples, S.), доцент в Тексаски Християнски университет, САЩ.

Що се отнася до първия период, очевидно още тогава на решаването на нестандартни, нетипични математически задачи, се е гледало като на способ за развиване на логическото мислене. Във връзка конкретно със софизмите, авторите на [1] считат, че разглеждането им „ни въоръжава със способността – доведена до навик – правилно да се справяме с всевъзможни положения в други научни области и в живота въобще“.

В [1] авторите разглеждат 389 задачи, между които такива с исторически характер, забавни задачи, задачи за викторини и др. Над 70 от всички задачи са задачи със софизми и парадокси от различни области на математиката. Отделено е място и за исторически софизми, какъвто е този за затворения кръг на Епименид от Крит, за юридическия спор между Протагор и Еуатло, за бръснаря на Бертран Ръсел, за Ахил и костенурката и др. (Приложение № 1).

Според авторите, популяризирането на математиката сред учениците и подрастващите е непосилна за училището задача, тъй като трудностите произтичат както от програмите и учебниците, които ограничават педагозите, така и от недостатъчната методична и учебна литература. Ето защо „Полезна и забавна математика“ е създадена с идеята да послужи на учителите в извънкласните и кръжочни дейности и най-вече, за „*правилното и интересно*“ [1] организиране на популярните тогава „*математически вечери*“.

Отново във връзка с извънкласната работа по математика, за задачи със софизми се споменава в [7]. Това е сборник от статии, съставени по материали, изложени от участниците на съвещание на учителите от средния курс. По-конкретно, интерес предизвиква статията на Григор Йовчев от с.Червена вода, Русенско, на тема „Как създавам интерес към математиката и как работя с изоставащите ученици“ [стр. 108-114]. Във връзка с изградения с негово участие клуб на младите математици, авторът

пише: „Направихме постоянно математическо табло, на което бяха написани ценни мисли за математиката, математически вестии, софизми и задачи“. Същият автор, след като изброява средствата и формите (математически сбор, математически двубой и др.), които използва в практиката си, излага и плана на проведената от него математическа вечер:

„Първо, кратък доклад за приложение на математиката в живота.

Второ, изнасяне на пиеси и злободневки с математическо съдържание.

Трето, задача из историята на шахматната игра.

Четвърто, забавни математически фокуси и софизми.“

Пак в [7], в статията на Здравка Крайчева от гр. Стара Загора, озаглавена „Как повишавам ефективността на урока по математика“ [стр. 3-14], отново се споменават задачите със софизми, този път във връзка със задължителната подготовка по математика. Според въпросната учителка, ефективността на урока се повишава, когато той е наситен с разнообразна по форма работа, която да увеличи учениците в активно участие. Според статията, за поддържане вниманието на класа, авторката включва в учебния час *„устни упражнения, интересни исторически бележки, опити, лабораторни работи, достъпни за учениците проблеми, интересни практически и исторически задачи, кратки контролни работи и др.“*. В тази връзка, по-нататък в статията, З. Крайчева споменава конкретно следната софистична задача:

„Например един софизъм от вида:

$$3x - 15 = 5x - 25$$

$$3(x - 5) = 5(x - 5)$$

доказва, че $3 = 5$.

Това не може да бъде, явно има грешка. Учениците са заинтересувани в откриване на грешката. Това е хубав случай да се припомни едно важно условие при свойствата за преобразуване на уравненията, което учениците най-често забравят, а то намира приложение в новия урок – Решаване на дробни уравнения.”

От всичко споменато дотук става ясно, че през 60-те години на миналия век, в България математическите софизми са били познато средство, използвано както за засилване интереса на учениците към математиката, така и като възможност за разнообразяване на работата в часовете по математика. И все пак, прави впечатление, че по онова време задачите със софизми намират място най-вече в извънкласните форми на обучение, каквито тогава са били кръжоците и математическите вечери.

В същото време, съвременните източници, цитирани в настоящата дипломна работа, каквито са [3] и [10], поставят фокуса върху използването на математическите софизмите в ежедневната работа на учителя, като неизменен похват в практиката му. Така например, [3] по своята същност е сборник от задачи със софизми, разпределени по класове (от VI-ти до XI-ти включително), в съответствие с учебната програма по математика в Русия. Същевременно, целевата група на [10] са: *“гимназиални и университетски преподаватели по математика, ученици в гимназиален курс и студенти в колежи, инструкции по математика в професионални програми за развитие”*[10].

Ясно личи, как в съвременните методически практики, използването на софизмите се превръща в конкретна стратегия, която да даде възможност на учениците и студентите да се научат да решават проблеми от различно естество, както и да мислят критично.

2.3. Софизмите и критичното мислене

Робърт Енис, водещ изследовател в областта на критичното мислене, дава следното определение: *„Критичното мислене е смислено, разсъдъчно мислене, чиято цел е да решим на какво да вярваме или как да постъпваме“*[21]. Необходимостта от това, да се научим да мислим критично, става все по-осъзната. На тази тема са посветени статии, блогове и книги. Така също не липсват изявени консултанти и курсове за обучение, насочени към изграждане и развиване на когнитивни и лидерски умения, какъвто е [23].

Канадският професор Ралф Х. Джонсън определя критичното мислене като *„особен вид дейност на ума, която позволява на индивида да достигне до устойчиво съждение по въпрос, на който трябва да реагира или повярва“*[17]. Дефиницията на

Джонсън набляга на ролята на критичното мислене при определянето на въпросите и решаването на проблемите.

Изобщо, понятието „критично мислене“ не е строго дефинирано. Всеки експерт в областта дава различна дефиниция, но както в [16] обобщават: *„Да бъдем "критични" означава да бъдем по-проницателни в разпознаването на погрешни аргументи, прибързани обобщения, твърдения без доказателства, твърдения за истината, основани на ненадеждни авторитети, двусмислени или неясни понятия и т.н.“*.

Според [21], мислещият критично индивид:

- е с отворено съзнание и отчита алтернативите;
- желае да бъде и е добре информиран;
- оценява надеждността на източниците;
- идентифицира причините, предположенията и заключенията;
- задава подходящи пояснителни въпроси;
- оценява правилно качествата на аргумент, включително причините, предположенията и фактите, свързани с него, както и тяхната степен на подкрепа на заключението;
- може добре да разработи и защити разумна позиция по отношение на убеждение или действие, като се справя с предизвикателствата;
- формулира правдоподобни хипотези;
- планира и провежда експерименти добре;
- дефинира термините по подходящ за контекста начин;
- извежда заключения, когато това е оправдано, но с повишено внимание;
- интегрира всички горепосочени аспекти на критичното мислене.

В същото време, според [10], изучаването на софизмите и парадоксите е предпоставка:

- да се осигури по-дълбоко концептуално разбиране;
- да се намалят или премахнат напълно основни погрешни схващания;
- да се развива математическото мислене извън алгоритмичната или процедурната обосновка;

- да се подобрят базовите умения за критично мислене - анализиране, доказване, потвърждаване и проверка;
- да се разшири примерният набор от забележителни математически идеи;
- да се ангажират студентите с по-активно и творческо обучение;
- да се насърчава по-нататъшното проучване на математическите теми.

Не можем да не забележим приликите между концепцията за критично-мислещия човек и позитивите, които следват от изучаването на софизмите. В един потесен контекст - този на математиката и ИТ като учебни предмети – горната връзка можем да илюстрираме чрез следните примери:

- Разгледжането на задача с математически софизъм, дължащ се на чертежа, е предпоставка ученикът да подходи критично в друга подобна ситуация и съзнателно да търси други положения, които отговарят на даденото условие.

- Привеждането на пример, който доказва очевидно абсурдно твърдение, основавайки се на мимоходом цитирани правила, твърдения и теореми, е предпоставка ученикът да иска да научи и още по-важно, да вникне във въпросните правила и теореми с разбиране, така, че да може да ги използва ефикасно, както и да иска да знае всички правила, твърдения и теореми свързани с конкретен учебен материал.

- Достигането до очевиден абсурд е предпоставка ученикът да постави под съмнение пълнотата на „доказателството“, което в друга ситуация и извън контекста на училище и учебен материал, е еквивалентно на подлагане под съмнение на аргументи, твърдения, псевдо-истини и авторитети, което от своя страна води до необходимостта от търсене на информация, анализиране, преосмисляне, планиране, избор на позиция и отстояването ѝ.

Ето как, въпросът *„Защо да включим задачи със софизми в часовете по математика, информатика и ИТ?“* естествено намира отговор. Защото часовете в училище не трябва да бъдат фокусирани само върху научаването или заучаването на конкретни теми и понятия, а върху изграждането на мислещи индивиди, мотивирани да учат, да се обогатяват, да надграждат, да се развиват интелектуално и емоционално.

2.4. Софизмите като средство за привличане на внимание

Освен като средство за възбуждане на критично мислене, задачите със софизми могат да послужат и като инструмент за привличане и задържане на вниманието на учениците. Според [7] (стр.51), за усвояване на знанията в учебния час не е достатъчно само да се подчертае необходимостта от изучаване на новия материал. Много е важно у учениците да бъде създадена вътрешна потребност за научаване на новото. За да бъде събуден предварително интересът им и да се мобилизира вниманието им за усвояване на новите знания, урокът трябва да започне по нов и нестандартен начин. Защото, *„всичко ново и необикновено поставя човека пред проблеми, кара го да мисли и разсъждава, събужда неговото внимание.“* [7].

Един любопитен експеримент илюстрира последствията, до които води липсата на внимание при решаване на задачи по математика. Интерес представлява фактът, че въпросният експеримент е проведен не измежду ученици, както може да се очаква. Участниците в проекта били четири групи - действащи учители по математика от Нова Зеландия, Хонг Конг и Германия и студенти по математика от Украйна.

Първата група, тази от Нова Зеландия, се състояла от 14 опитни учители в горната степен на средното образование, които присъствали на семинар като част от професионално им развитие. Групата от Хонг Конг (втора група) включвала 26 учители по математика в средното училище на пълен работен ден, водещи часове за задължителна подготовка. Германската (третата) група се състояла десет опитни учители по математика, които посещавали задължителен семинар за професионално развитие. Украинската (четвъртата) група обхваща 26 годишен период, като всяка година били тествани от трима до четирима студенти по математика, обучаващи се за учители и в мнозинството си имащи преподавателски опит под формата на стаж. Всички групи получили мини-тест, съдържащ седем математически задачи, които трябвало да решат в рамките на 15 минути.

Повечето задачи в теста били провокативни в смисъл, че приличали на тривиални, но всъщност имали някаква уловка. В някои случаи това бил корен на уравнение вън от допустимите стойности. В други - дадено правило не било приложимо, защото условията не били изпълнени. Участниците били наясно, че някои задачи в теста са рутинни, а в други има уловка, но е трябвало сами да решат коя задача от кой тип е. Целта на теста била да се провери нивото на внимание на учителите, не да

ги заблуди. Очаквало се много от участниците да не забележат уловките и да решат въпросните задачи погрешно. Идеята била да се обсъдят решенията на въпросите след теста и да се постави акцент върху значението на вниманието при решаване на математически задачи.

Задачите от теста били както следва:

- (1) Намерете лицето на правоъгълен триъгълник, ако хипотенузата му е 10 см, а височината към нея е 6 см.
- (2) Намерете допустимите стойности на функцията $y = f(g(x))$, ако $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \sqrt{x - 2}$.
- (3) Решете уравнението $\ln(x^2 + 17x - 18) - \ln(x^2 + 5x - 6) = 0$.
- (4) Докажете тъждеството $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$.
- (5) Докажете, че уравнението $\frac{x^2 + \sqrt{x} + 1}{x - 1} = 0$ има корен в интервала $[0, 2]$.
- (6) Намерете производната на функцията $y = \ln(2 \sin(3x) - 4)$.
- (7) Решете интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$.

Отговорите са дадени в следната таблица (Таблица 1):

	Задача № 1	Задача № 2	Задача № 3	Задача № 4	Задача № 5	Задача № 6	Задача № 7
Верни отговори на група 1	0 %	7 %	21 %	7 %	0 %	8 %	0 %
Верни отговори на група 2	23 %	12 %	27 %	19 %	12 %	15 %	12 %
Верни отговори на група 3	0 %	60 %	30 %	-	20 %	0 %	0 %
Верни отговори на група 4	0 %	19 %	31 %	15 %	12 %	0 %	8 %

Таблица 1. Отговори на участниците в експеримента

В първата задача уловката се състои в това, че такъв триъгълник не съществува. Според теоремата на Талес, хипотенузата на правоъгълния триъгълник е диаметър на описаната около него окръжност, така че в случая височината не може да бъде по-голяма от радиуса, т.е. не може да е по-голяма от 5.

В [9] подробно се разисква всяка една задача и уловката в нея. За целите на настоящата работа обаче е по-важен анализът на така проведения експеримент и заключенията, до които достига авторът му. Това е направено посредством дискусия с

участниците, в която се изясняват верните решения на задачите, след което им биват поставени следните три въпроса:

Въпрос № 1. Как се почувствахте след като научихте за правилните решения на задачите в теста?

Въпрос № 2. Какви са причините да не решите правилно всички задачи?

Въпрос № 3. Бихте ли направили някакви промени във вашата учебна практика след като направихте този мини-тест? Ако е така, кое ще промените? Ако не, защо?

В [9], авторът коментира отговорите на участниците във всяка една група, като заключава, че разликата в настроенятия се дължи вероятно на културни различия. Например, част от участниците отговорили на първия въпрос, изразявайки самокритичност: „без да мисля“, „неудобно“, „изобщо не се отнесох критично“, „чувствам се глупаво – свръх опростих въпросите“, „смутен съм“. Други били въодушевени: „чувствам се просветен“, „харесва ми, трябваше да се досетя...“, „много добър тест, осигурява отражение върху учебната практика“, „внимание към думите и по-широк поглед над нещата“, „чувствам се добре“, „забавно, обичам всичко, което ме изважда от академичната скука“, „малко по-просветен“, „радостен, че имах възможността да помисля върху тези задачи“, „щастлив съм, че не попаднах във всеки капан“, „да се посмея на глупостта си“ [9];

Що се отнася до втория въпрос, коментарите основно били във връзка с липсата на внимание, небрежност, липса на знания и навик да се решават стандартни задачи без да се мисли: „не помислих внимателно дали моят метод за решение е подходящ за този конкретен проблем“, „не мислех критично“ „не обърнах внимание, реагирах импулсивно“, „скочих направо в прилагането на правилото“, „вероятно това е начинът, по който са ме научили у дома (Южна Корея), научих много техники (някои трудни), но не и да поставят под въпрос условията“, „недоглеждане на всички условия“, „не мисля внимателно и не чета внимателно условията“, „прилагам умения, но не и знания“, „знаех, че има нещо, което да се провери, но не проверих достатъчно добре“ [9];

В отговор на третия въпрос всички 14 учители от първата група обявили, че биха направили промени в своята преподавателска практика. Един от участниците коментирал, че би въвел подобни „трикове“, за да накара учениците да мислят. Други

отговорили, че биха насърчавали и създавали среда, където се култивира дълбоко концептуално знание; биха насърчавали и възнаграждавали проверката на отговорите; биха научили учениците да проучват подробно условията на задачите; биха давали на учениците повече задачи, които ще ги принудят да мислят за условията, свързани с тях; биха насърчавали децата да мислят за решенията си в светлината на първоначалните условия. Само един учител, наред с положителния си отговор, направил следния коментар относно въвеждането на промени: „освен ако не е елемент от оценяването, вероятно няма да имам време“ [9].

Тринадесет от 26 учители във втората група заявили, че ще променят преподавателската си практика. Някои от тях дори пожелали да използват същия тест като учебен материал. Останалите тринадесет учители съобщили, че няма да променят методите си на преподаване, тъй като подобни задачи са нетипични.

В третата група всичките десет учители съобщили, че ще направят промени в своята практика. Били склонни да преосмислят упражненията, да обсъждат с учениците повече „специални“ случаи или да включат в упражненията си повече задачи с изненадващи отговори.

В четвъртата група 19 от 26 участници заявили, че ще направят промени в своята преподавателска практика. Най-честите коментари били относно готовността им да стимулират учениците да мислят; да решават задачите не само алгоритмично, но и по нестандартни начини; да насърчават учениците да внимават повече, а не да решават задачите автоматично; да развиват логическо им мислене.

Авторът на така проведеният експеримент обобщава: „*Изследването илюстрира диалектичната връзка между знанието и вниманието. Ценно ли е знанието, когато то е неприложимо или е приложено неправилно?*“. Следва и авторовото заключение: „*В края на краищата, много ситуации в реалния живот нямат само един "правилен" отговор, какъвто е случаят с рутинните задачи от традиционното оценяване по математика. Решаване на не-рутинни, нестандартни задачи, ще подготви по-добре учениците за реалния свят. Подобряването на собствената им и тази на техните ученици способност „да забелязват“, обръщайки внимание на детайлите, може да бъде освен всичко и допълнение към професионалното развитие на учителите*“ [9].

В светлината на въпросния експеримент и заключенията на автора, можем да твърдим, че решаването на софистични задачи, които по своя характер са нестандартни,

би могло да доведе, от една страна, до повишаване вниманието на учениците, а от друга – да ги научи да обръщат внимание на детайлите и да мислят критично.

2.5. Роля и място на софизмите от гледна точка на методиката

В по-краткосрочен план, от гледна точка на оценка на постигнатото, в часовете по математика и ИТ в училище, софизмите могат да се използват за постигане на две конкретни цели, които определят и мястото им в урока, а именно:

1. В часовете за преподаване на нов материал - за привличане на вниманието на учениците върху даден проблем, който ще бъде засегнат и изяснен непосредствено след разглеждане на задачата;
2. В часовете за проверка на вече изучен материал – когато задачата със софизъм се използва като своеобразен тест за проверка доколко учениците са усвоили и вникнали във вече преподаден материал.

По обективни причини, в часовете по математика и ИТ, формите за представяне на софистични задачи се различават. В учебните часове по математика може да се подходи по един от следните начини:

- Записване на „решението“ на софистичната задача на дъската и оставяне на учениците да разсъждават самостоятелно (или в малки групи) върху откриване на грешката - това е подходящо при сравнително кратки примери, тъй като в противен случай, учениците лесно биха могли да загубят концентрация или да се обезкуражат при търсенето на „нарочната“ грешка. Алтернативен вариант е задачата да бъде предварително напечатана, след което по един екземпляр да бъде предоставен на всеки ученик. Възможно е някои ученици, обикновено по-будните, да забележат веднага „пропуска“ в решението и да изкажат своето предположение. В такъв случай е удачно учителят да допълни изказването на ученика и отново да обясни в какво се състои грешката, като повтори правилото или теоремата, които са били negliжирани (пренебрегнати, премълчани) в хода на решението, така че обяснението да достигне и до останалите ученици.

- Решаване на задачата „заедно“ с учениците, като учителят „разсъждава“ на глас и търси потвърждение на своите твърдения от класа, като същевременно записва решението на дъската – това е подходящ метод при задачи, чиито решения са сравнително дълги, а „разсъждаването заедно с класа“ може да гарантира донякъде запазване на концентрацията на учениците. И тук важи гореспоменатата препоръка към учителя да повтори правилото или теоремата, които са сърцевината на „проблема“, в случай, че има ученици, които не са разбрали къде се „крие“ грешката в решението.
- Предоставяне на задачата, заедно с нейното „решение“ за домашна работа – подходящо е при задачите, в които грешката се открива по-трудно, каквито са например грешките, дължими на чертежа, задачите от числови редици и математически анализ.

При задачите по информатика и ИТ, поради спецификата на учебните предмети и използваните технически средства, е подходящо задачите да бъдат предварително „решени“ и предоставени на учениците с изискването да работят индивидуално (или в малки групи) за откриване на операцията довела до парадоксален резултат.

Както личи, изборът на мястото в часовете и формата за разглеждане на задачите със софизми е субективен и зависи изцяло от преценката на учителя, която произтича преди всичко от личния му опит - от една страна с конкретните учебна програма и план, а от друга - от познаването на класа и нивото на учениците – общо и индивидуално - по съответния учебен предмет.

3. ЕЛЕКТРОНЕН РЕСУРС СЪС ЗАДАЧИ

3.1. Преглед на съществуващи решения и мотивировка за създаване на електронен ресурс със задачи

Задачите със софизми безспорно са интригуващи, за което свидетелстват различни публикации на подобни задачи в електронни блогове, какъвто е [19], и дискусии във форуми, какъвто е [24]. Също така не липсват и книжни издания, посветени на тях, като например [3], [8] и [10], както и сборници, поместили

значителен брой подобни задачи наред с други такива, какъвто е [1]. Важно е да се отбележи факта, че във фокуса на въпросните източници попадат почти изцяло софистични задачи по математика, докато примери със софизми в ИТ не бяха намерени.

В същото време, до момента на написване на настоящата дипломна работа, изцяло липсват електронни ресурси, посветени конкретно на задачите със софизми. В интернет пространството такива не са намерени не само на български, но така също и на руски, английски и френски език. Това прави онлайн ресурса, създаден за целите на същата тази работа и поместен на адрес <https://sofizmi.cphpvb.net/>, един уникален по рода си продукт. Освен, че е без аналог, сайтът със софистични задачи е достъпен и безплатен. Също така, той би могъл да служи като помощно средство за учителите по математика и ИТ при планиране на уроците по съответните учебни предмети. Не на последно място, чрез коментарите, които потребителите могат свободно да публикуват след всяка от задачите, сайтът би могъл да служи и като място, на което колеги обменят опит и споделят други, известни на тях софистични задачи.

3.2. Подбор на задачи. Източници

Три са основните източника на задачи по математика, поместени в така създадения ресурс. Това са книжните издания [1], [3] и [8], излезли от печат съответно през 1966 г., 2007 г. и 1962 г.

В [1], за който стана дума в 2.2., са поместени 71 задачи със софизми и парадокси. Липсва систематизация на задачите, както и методически бележки, допълнителни коментари или препратки към аналогични примери. В края на книгата са дадени отговори само на част от задачите.

Втората е издадена на руски език и представлява сборник от задачи, систематизирани по класове (от VI до XI клас), в съответствие с учебните програми, утвърдени в Русия, към момента на издаване. На второ ниво задачите са групирани спрямо раздела, към който се отнасят, съответно: *алгебра*, *геометрия* или *тригонометрия*. Всички задачи са общо 88, а отговорите и разясненията към всяка от тях са поместени в края на сборника. Липсват методически бележки, както и допълнителни коментари и препратки към аналогични задачи.

Третият източник, цитиран под номер [8] в библиографичната справка на настоящата работа, е издание на български език. В него са поместени близо 40 примера, групирани според типа на допуснатата грешка: деление на 0; неправилно коренуване; софизми с неравенства; геометрични софизми. Последните са обособени в подгрупи, съответно: геометрични софизми дължими на чертежа; софизми, в които се разглеждат само частни случаи, непротиворечащи на твърдението; геометрични софизми с алгебрични дефекти; геометрични софизми с бекрайни процеси.

В същия източник, поясненията относно допуснатите грешки са изложени непосредствено след „доказателството“ на задачите. Също така, не липсват допълнителни коментари, разяснения и аналогии. Методическите бележки са малко и се срещат предимно в увода на помагалото, във връзка с изложените встъпителни примери.

До голяма степен задачите в трите източника се повтарят или са твърде подобни.

Що се отнася до задачите по информатика и ИТ, те са авторски и са разработени съвместно с дипломния ръководител.

За да бъдат от полза за съвременните учители по математика и ИТ в България, задачите в онлайн ресурса, осъществен за целите на настоящата дипломна работа, са групирани на две нива, както следва: на първо ниво – по съответния учебен предмет и класове (от V-ти до XII-ти клас), на второ ниво – по теми, съответстващи на темите, определени в учебните програми на Министерство на Образованието (МОН), отнасящи се за съответния клас. Презумцията, от която е изхождал авторът на настоящата дипломна работа, избирайки този начин на систематизиране, е свързана с практическата страна на планирането и подготовката на учебния час: учителят развива всеки урок за конкретен клас и по предварително зададена учебна тема. Освен това, преподавателите могат да се възползват от методическите бележки, съпътстващи по-голямата част от софистичните задачи, публикувани в сайта.

Във връзка с класифицирането на задачите в така създадения ресурс, за удобство вместо „*първо ниво*“, оттук нататък ще използваме термина „*категория*“; вместо „*второ ниво*“ или „*учебна тема*“ – „*подкатегория*“. В този смисъл, систематизирането на задачите изглежда по следния начин:

- **Математика 5 клас (Категория)**
 - **Геометрични фигури и тела – 2 задачи (Подкатегория/Тема)**

- **Математика 6 клас**
 - Делимост – 1 задача
- **Математика 7 клас**
 - Еднакви триъгълници – 1 задача
 - Неравенства – 3 задачи
 - Цели изрази – 6 задачи
- **Математика 8 клас**
 - Окръжност и многоъгълник – 8 задачи
 - Коренуване – 7 задачи
- **Математика 9 клас**
 - Правоъгълен триъгълник – 5 задачи
 - Подобие – 3 задачи
- **Математика 10 клас**
 - Логаритми – 4 задачи
 - Тригонометрия – 3 задачи
- **Математика 11 клас**
 - Числови редици – 2 задачи
- **Математика 12 клас**
 - Математически анализ – 2 задачи
- **Информатика 8 клас**
 - Приоритет на операциите – 2 задачи
 - Числа с плаваща запетая – 1 задача
 - Типове данни – 1 задача
- **ИТ 6 клас**
 - Линии и параграфи – 1 задача

- **ИТ 9 клас**

- **Формули и функции в ЕТ (Електронни таблици) – 1 задача**

Важно е да се каже, че една задача може да се разпредели в повече от една категория. Освен това, системата предлага възможност за лесно преместване на задачи от една категория в друга, включително и преместване на цяла тема (подкатегория) - от един клас в друг. Това означава, че е предвидена възможността за отразяване в сайта на евентуални промени в учебните планове на МОН.

Всички 53 задачи, поместени в сайта <https://sofizmi.cphpvb.net/>, са представени в Приложение №: 2 на настоящата дипломна работа.

3.3. Избор на технически средства

Изборът на технически средства за осъществяване на проекта бе ръководен от принципите, изложени в [4], според които, *„винаги се търси най-бързия и най-ефективен начин за достигане до решението на всяка задача“*.

Като първа стъпка бяха взети под внимание характеристиките на някои от популярните асинхронни методи на комуникация в интернет – форуми, блогове и Wikis. В [5] те са анализирани от гледна точка на обучението. Тук ще бъдат разгледани само тези твърдения, които имат отношения към целите на дипломната работа:

- **Форуми** – *„дава се фокус върху провеждането на дискусии по различни теми, които се иницират от потребителите; ... провеждане на доколкото се може по-свободна дискусия“*;

- **Блогове** – *„концепцията на блоговете си остава същата, както и във форумите (провеждане на дискусия по поставен проблем), но с тази съществена разлика, че „първото съобщение“ в отделната иницирирана дискусия е задължително водещо и основно. ... Има емфаза върху авторството на този учебен материа. ... От там идва и основната разлика в дискусиите между форуми и блогове – в блоговете обикновено водеща роля има авторът на материала (стандартно той отговаря на въпроси, зададени от другите участници), докато във форумите дискусиите се*

осъществяват значително по-свободно (има предразположение за това всеки да може да отговори на всеки)“;

- **Wikis** – „обикновено се използват за показване на енциклопедично съдържание, при което всеки потребител има право да редактира и допълва съдържанието на статиите, като определена група от потребители съблюдават за достоверността на нанесените променени (контролен орган). ...Wikis са подходящи за групова работа и работа в екип...“.

Ясно е, че изборът на технология зависи от поставените цели. В този смисъл, в [5] са разгледани факторите, които биха могли да мотивират избора на софтуерна платформа, в която да бъдат представени събраните задачи с математически и ИТ софизми. Тук те са изложени, като са отчасти цитирани, отчасти – преформулирани, от гледна точка на настоящия проект и с акцент върху споделянето на задачи със сходен характер в интернет:

- **Свобода на дискусията** – „по-малката свобода на дискусията мотивира блог (авторът контролира учебното съдържание), а по-голямата мотивира форум (в по-голяма степен, защото мнението на всеки се взема под внимание) или wiki (в по-малка степен, защото споделени мнения, които не са истинни, се премахват)“ [5];

- **Контрол над публикуваното съдържание** – по-лекият контрол над публикуваните задачи мотивира форум, а по-засиленият мотивира блог (в по-малка степен, защото се контролира основното съдържание - задачите, но не и коментарите под него) или wiki (в по-голяма степен, защото контролът се извършва над всичко, което е публикувано);

- **Екипна работа** – „преобладаваща нужда от екипни дейности мотивира wiki, а нуждата от самостоятелна работа мотивира блог (в по-голяма степен, особено при споделяните блог платформи, където всеки участник може да бъде автор), или форум (в по-малка степен, понеже авторството“ на публикуваните задачи „се „размива“ в дискусиите)“ [5].

В [5], под номер 4 е представена таблица, в която, на база източник [11], са доразвити изложените по-горе характеристики, като е предоставено сравнение на трите технологии за комуникация по девет критерия. В следващата таблица, същата

информация е преформулирана в съответствие с целите на настоящата дипломна работа и с акцент върху публикуването на задачи (Таблица 2):

Критерий	Форуми	Блогове	Wikis
Подредба на публикациите (задачите)	В различни нишки (threads)	По категории, в отделни статии	Всичко се обединява в завършен продукт
Времева ориентация за подредба на публикациите	Неподредени	От минало към настояще	Настояще
Управление на публикуването съдържание	Слабо контролирано от модератори	Контролирано от автора	Отворено за всички, но рецензирано
Администриране на системата	От един или много участници	Най-често от един участник	От много участници
Редакция на публикуван материал	Обикновено не се позволява	Само от страна на автора на съдържанието	Свободно – от всички, но подлежи на рецензия
Ориентация на съзнанието на участниците/ посетителите	Към участие в процес	Към използване на готов краен функционален продукт	Към завършване на краен функционален продукт
Контрол над работния процес	Колективен	Индивидуален	Колективен
Психическа настройка за дейностите	Към обмяна на опит	Към споделяне на лични ресурси	Към даване на личен принос
Настроение на хората към даден вид труд	Кооперативна (cooperative – събиране на фундаментални знания) работа	Индивидуална работа	Съвместна (collaborative – събиране на знания като социална конструкция) работа

Таблица 2. Сравнение между форуми, блогове и wikis

Наред с изложеното дотук, бяха взети под внимание и следните положения:

- В дипломната работа не е поставен фокус върху нуждата от интеракция с потребителите, което е типична характеристика на форумите и Wikis;
- Всички задачи, обект на дипломната работа, са събрани еднолично от автора ѝ, а не са плод на съвместната работа на екип от някаква общност (такава общност на този етап не е сформирана). В този смисъл нивото на интеракция на форуми и Wikis към момента на написване на настоящата

работа не е необходимо. Ако в някакъв етап от развитието на проекта все пак се създаде общност от хора, които биха искали да допринесат с авторски задачи, блогът, създаден на база на платформата *WordPress* (за която ще стане дума по-нататък в настоящата глава) би могъл да продължи да съществува под тази си форма. Това е осъществимо поради факта, че във въпросната платформа е предвидена възможността за множество автори, всеки от които да публикува от свой собствен, личен акаунт (*account*). *Wikis* също биха могли да бъдат удачен вариант за съвместна работа на подобна общност, с тази разлика, че естеството на публикуваните материали предполага множество редакции (от различни хора). Това не е валидно в случая с публикуването на задачи, тъй като те обикновено се пишат еднократно, т.е. сами по себе си не предполагат типичен екипен проект, какъвто се осъществява чрез *Wikis*. Същото в голяма степен важи за форумите.

На базата на направения анализ на основните характеристики на трите технологии, бе направена оценка за това, коя от тях да бъде избрана за осъществяването на крайния продукт – ресурсът със софистични задачи по математика и ИТ. Имайки предвид неговата главна цел – да предостави един достъпен, структуриран и контролиран набор от задачи, които да бъдат от полза за учителите по математика и ИТ при планиране на урока, и поради необходимостта от индивидуална работа от страна на автора на настоящата дипломна работа, за осъществяване на проекта бе избрана технологията *блог*.

Следваща стъпка в планирането на техническите средства за осъществяване на проекта, бе изборът на платформа за създаване на блог. В интернет има много платени и безплатни софтуерни продукти за създаване на блог, както и сайтове посветени на представянето и сравнението на въпросните продукти, като например [20]. Всеки от тях би могъл да бъде добро решение за осъществяване на практическата работа по проекта, но в случая беше избран *WordPress*, поради своята голяма популярност и наличието на множество безплатни разширения и теми. В частност, възможността за инсталиране на следните разширения, позволи на сайта да визуализира съдържанието му по възможно най-подходящ и удобен начин:

- **MathJax-LaTeX** – благодарение на който, формулите в LaTeX се трансформират в JavaScript. Функционалността и предимствата на *MathJax-LaTeX*, както и съпоставянето му с други подобни решения, са разгледани подробно в [6]. Според въпросната публикация, това е „един от най-мощните безплатни скриптове за изобразяване на математически формули. Освен това е съвместим с всички най-популярни браузъри (*Internet Explorer, Firefox, Opera, Chrome, Safari* и др.) без нужда от инсталиране на каквито и да е разширения на потребителската машина“. Въпреки безспорните му силни страни, разширението има и своите недостатъци. Пак според [6], основен проблем при *MathJax-LaTeX*, е относително бавното изобразяване на формулите в сравнение с другите подобни решения. И наистина, подобно забавяне се забелязва при зареждане на задачите в сайта <https://sofizmi.cphpvb.net/>. Друг проблем на разширението, за който не беше намерено решение, е констатиран във връзка с визуализирането на т.нар. “*inline*” формули. Това са формули, които са скалирани така, че да се показват в рамките на един и същ с ограждащия ги текст ред, без да пречат на форматирането на текущия параграф. Проблемът се наблюдава при показване на публикацията като част от списъка с всички публикации в дадена категория и то тогава, когато “*inline*” формулата се намира в началото на текста, но при отваряне на самата публикация формулите се визуализират правилно;
- **Collapsing category list** (свиване на списъка с категории) – благодарение на това разширение, задачите могат да бъдат систематизирани на две нива, както е подробно описано в 3.2.

Не на последно място за избора на платформата *WordPress* е фактът, че тя е безплатна, което предопределя нейната достъпност.

За осъществяването на чертежите към геометричните софистични задачи бе избран безплатният софтуер *GeoGebra*. Основни предимства на мощния инструмент за създаване на чертежи, изчертаване на графики на функции и др. са: лесна инсталация; интуитивна среда; възможност за експортиране на задачи, чертежи и графики в

различни формати, сред които *.png* (*Portable Network Graphics*), позволяващ лесна интеграция с платформата *WordPress*.

За провеждане на проучването за целите на работната хипотеза бе избрано решението *Google Forms*, което е безплатно, интуитивно, с вградени инструменти за анализ на резултатите и графичното им представяне. Освен това то се интегрира лесно в *WordPress* платформата. За използването му не е необходима инсталация. Достъпва се онлайн, чрез вход в системата посредством акаунт в *Google* (*google account*).

3.4. Осъществяване на проекта

За инсталирането на системата *WordPress* е следвана процедурата, описана подробно в [15]:

1. Сваля се (download) и се разархивира инсталационният *WordPress* пакет;
2. Създава се база данни (БД) *MariaDB*, както и съответен потребител на БД с права за достъп и модифициране на данните в нея;
3. *WordPress* файловете се качват на Уеб сървър (*web server*);
4. Стартира се *WordPress* инсталационният скрипт, след което се следва „съветника“ (*wizard*) за осъществяване на връзка с БД.

Изборът на визуална тема на сайта е направен по субективна лична преценка на автора от официалния списък с възможности на сайта wordpress.org

Инсталирани са разширенията *MathJax-LaTeX* и *Collapsing category list*, за които стана дума в 3.3.

Всички задачи са добавени като отделни публикации (*publications*), по смисъла на *WordPress*, като посредством текстов редактор се вмъкват чертежите под формата на изображения, предварително генерирани и експортирани от *GeoGebra*, във вече споменатия формат *.png*

Анкетата за проучване на нагласите на учители по математика и ИТ, за включване на задачи със софизми в практиката им и бъдещ интерес към така създадения ресурс, бе създадена с *Google Forms* и поместена в сайта като отделна страница (*page*), видима и достъпна в горния десен ъгъл при зареждане на началната страница на сайта (Приложение № 2).

При изготвянето на сайта са спазени всички препоръки за оптимизиране за Уеб търсачки така, че да може да бъде индексирани на максимално добра позиция. В рамките на два месеца е постигнат значителен резултат - при търсене на словосъчетанието „*математически софизми*“ в *Google*, сайтът излиза на трета позиция, а при търсене на „*ИТ софизми*“ излиза на първо място

4. АНКЕТА

4.1. Преглед на въпросите в анкетата. Целева група

За проверка на работната хипотеза, изложена в настоящата дипломна работа, е проведено проучване под формата на анкета, съставена от десет въпроса и поместена в сайта, на адрес <https://sofizmi.cphpvb.net/quiz/>.

Целевата група на така създадената анкета са действащи учители по математика и ИТ. Целта на проучването е установяване на отношението на анкетираните към включването на задачи със софизми в училищния курс (досегашен опит и ползи), както и нивото на подкрепа от тяхна страна към проекта, осъществен под формата на онлайн ресурс със задачи по математика и ИТ.

Анкетната карта се състои от общо десет въпроса от следните три типа:

- Три затворени многовариантни въпроса, в които може да се посочи повече от един отговор (№ 1, 2, 6);
- Пет затворени многовариантни въпроса, в които може да се посочи само един отговор (№: 3, 4, 7, 8, 10);
- Два дихотомни въпроса (№ 5, 9).

Всеки от тях изпълнява конкретна задача, допринасяща за последващо структуриране на анализ и обобщение на резултатите. Въпросите от № 1 до № 4 дават информация за профила на учителя, по отношение на учебен предмет, курс на обучение, тип паралелка (обикновена, профилирана) и педагогическия му опит. Следват въпроси № 5 и № 6, които са тясно свързани с опита на респондента в използването на софистични задачи. Въпрос № 7 дава информация относно фактора мотивация, съотнесен към използването на подобни задачи в практиката на учителите.

Въпросите от № 8 до № 10 са насочени към готовността на преподавателите да използват задачите със софизми като педагогическо средство, както и онлайн ресурса със задачи в частност:

1. По кои предмети преподавате ? (може да отбележите повече от 1 отговор)

- ☐ Математика
- ☐ Информационни технологии
- ☐ Информатика

2. На кои класове преподавате? (може да отбележите повече от 1 отговор)

- ☐ От 5 до 7 клас
- ☐ От 8 до 12 клас

3. В профилирана или обикновена паралелка преподавате?

- ☐ Профилирана
- ☐ Обикновена
- ☐ И двете

4. Колко години опит имате като учител?

- ☐ По малко от 5 години
- ☐ Между 5 и 15 години
- ☐ Повече от 15 години

5. Използвате ли в практиката си математически и/или ИТ софизми?

- ☐ Да
- ☐ Не

6. Ако използвате софизми, какви са източниците ви на задачи? (може да отбележите повече от 1 отговор)

- ☐ Книги, сборници
- ☐ Онлайн ресурси
- ☐ Събиран през годините личен набор от задачи
- ☐ Не използвам подобни задачи в практиката си

7. Според вас този тип задачи събужда ли повишен интерес у учениците?

- Да, определено
- Да, може да се каже
- Да, но обикновено у по-будните ученици
- По-скоро не
- Не знам

8. Ако досега не сте използвали подобни задачи в практиката си, бихте ли ги използвали в бъдеще?

- Не
- Да, понякога
- Да, често
- И сега използвам задачи със софизми

9. Намирате ли настоящия сайт за полезен ресурс и бихте ли използвали задачите публикувани в него в практиката си?

- Да
- Не

10. Бихте ли споделили в настоящия сайт други интересни задачи със софизми, които са ви известни?

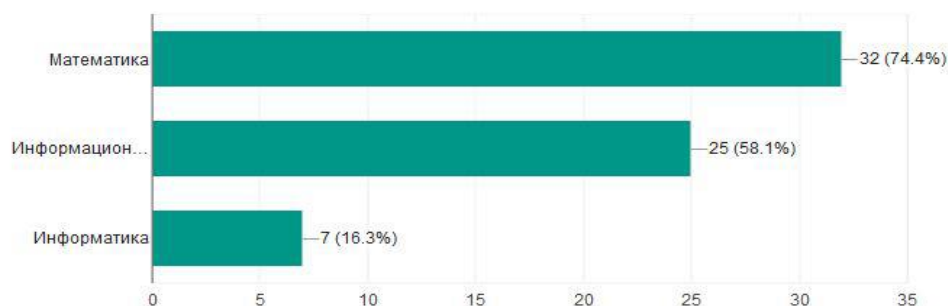
- Да, проектът е интересен и бих могъл/могла да помогна
- Не са ми известни други подобни задачи
- Не, не смятам да споделям мои задачи в публичното пространство

4.2. Анализ на отговорите

В анкетата се включиха 43 респондента. В Приложение № 3 към настоящата работа са предоставени всички попълнени анкетни карти. Следва обобщение на резултатите и графичното им представяне:

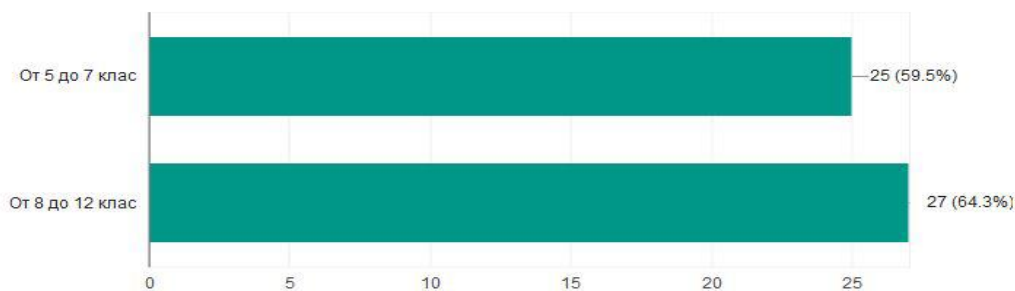
1. По кои предмети преподавате ? (може да отбележите повече от 1 отговор)

43 отговора



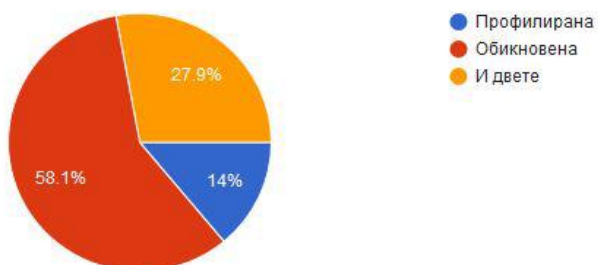
2. На кои класове преподавате? (може да отбележите повече от 1 отговор)

42 отговора



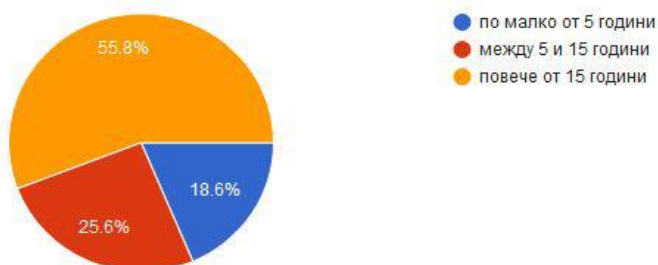
3. В профилирана или обикновена паралелка преподавате?

43 отговора



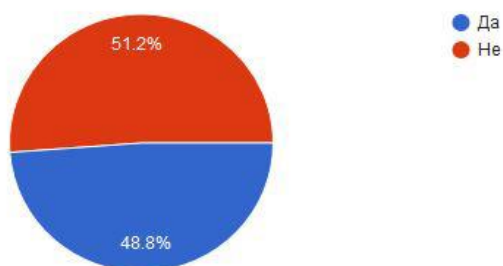
4. Колко години опит имате като учител?

43 отговора



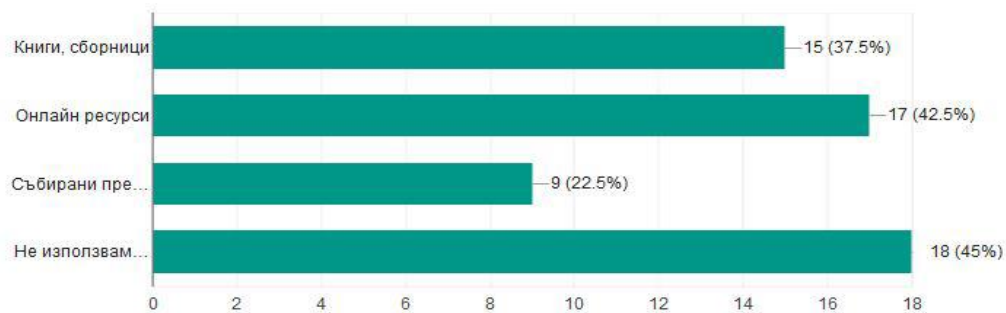
5. Използвате ли в практиката си математически и/или ИТ софизми?

43 отговора



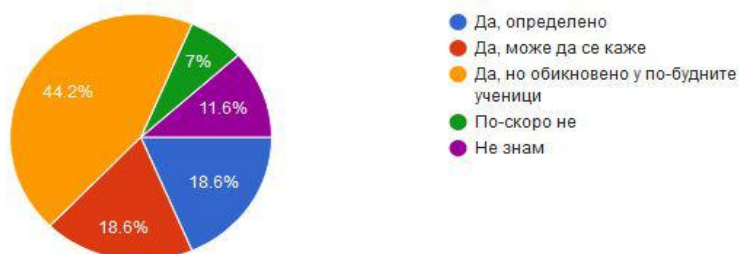
6. Ако използвате софизми, какви са източниците ви на задачи? (може да отбележите повече от 1 отговор)

40 отговора



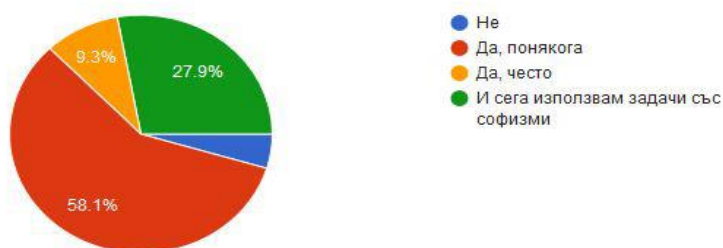
7. Според вас този тип задачи събужда ли повишен интерес у учениците?

43 отговора



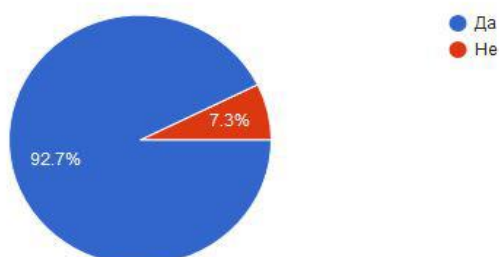
8. Ако досега не сте използвали подобни задачи в практиката си, бихте ли ги използвали в бъдеще?

43 отговора



9. Намирате ли настоящия сайт за полезен ресурс и бихте ли използвали задачите публикувани в него в практиката си?

41 отговора



10. Бихте ли споделили в настоящия сайт други интересни задачи със софизми, които са ви известни?

42 отговора



От обобщените резултати от проведеното проучване става ясно, че 48,8 % от респондентите използват задачи със софизми в практиката си, за сметка на 51,2 %, които са дали отрицателен отговор. 81,4 % от всички участници отговарят положително на въпрос № 7 („Според вас този тип задачи събужда ли повишен интерес у учениците?“) и само 18,6 % отговарят, че въпросните задачи нямат подобен ефект или не са сигурни в ползите от включването им в урока.

95,3 % от анкетираните отговарят положително на въпрос № 8, който изследва готовността им да използват в бъдеще софистични задачи в практиката си. 92,7 % намират сайта <https://sofizmi.cphpvb.net/> за полезен ресурс, а 50 % от всички отговарят, че са готови да споделят в сайта други задачи, които са им известни.

Позовавайки се на анкетните карти в Приложение № 3, можем да заключим, че задачите със софизми се използват (или не се използват) от учителите, независимо от стаж, тип паралелка и курс на обучение, в който преподават.

На основание на изложените обобщени резултати от проучването можем да считаме, че работната хипотеза е потвърдена – онлайн ресурсът със софистични задачи е приет с отлични отзиви от учителите.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамките на настоящата дипломна работа бе направен опит да се изясни необходимостта от създаване на онлайн ресурс със софистични задачи по математика и ИТ, в полза на учителите по съответните предмети. Бяха дадени исторически сведения относно философското софистично движение в Древна Гърция, както и бяха приведени примери за приноса на някои именити софисти към различни дялове на науката, а така също и за развитието на математиката.

В хода на изложението бе дефинирано понятието „софизъм“ в контекста на математиката и ИТ, и бяха посочени ролята и мястото на софистичните задачи в съответните часове. Също така бяха разгледани и анализирани съществуващите източници на задачи с математически софизми и беше обоснован изборът на систематизация на задачите в споделения ресурс <https://sofizmi.cphpvb.net/>.

Изборът на технически средства за осъществяването на проекта бе мотивиран, въз основа на съществуващите източници, разглеждащи добрите практики за създаване на подобен род решения.

Накрая, за проверка на работната хипотеза, бе проведено проучване, под формата на анкета, чиято целева група бе действащи учители по математика и ИТ. Резултатите от така проведеното проучване потвърждават работната хипотеза – сайтът се приема добре от учителската общност, по-голямата част от участниците в проучването заявяват, че биха използвали ресурса като източник на задачи в практиката си, а значителна част от учителите са готови да помогнат в бъдещото развитие на проекта, като споделят софистични задачи, които да бъдат публикувани в сайта.

В заключение може да се направи следния извод: свободният електронен ресурс със задачи от математическа и ИТ софистика, създаден като част от настоящата дипломна работа, е един полезен помощник за съвременните български учители по математика и ИТ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арnaudов П., Арnaudова Л., Хованский Ал., “Полезна и забавна математика“, Народна Просвета, 1966
2. Богданов. Б., Николова А., „Антична литература - енциклопедичен справочник“, ISBN: 9545200707, Отворено общество, 1996
3. Михеева Т.Н., „Софизмы. Алгебра. Геометрия. Тригонометрия“, ISBN: 5-89769-060-X, Грамотей, 2007
4. Петров Ф., Андреев Д., „Ползи от научноизследователската дейност на студенти и докторанти по информатика и информационни технологии извън университета“, в „Сборник с доклади от научна конференция на младите изследователи 13 май 2016 г.“, Велико Търново, Издателство „Фабер“, стр. 7-13, ISBN 978-619-00-0476-9, 2016
5. Петров Ф., „Организационен модел за приложение на интерактивни методи в обучението по линейна алгебра“, дисертационен труд за придобиване на научна степен "Доктор", Университетско издателство „Неофит Рилски“, Благоевград, 2014
6. Петров Ф., „Технологии за въвеждане и изобразяване на математически формули в Уеб 2.0 приложения“, в сборник „Образованието в информационното общество“, Пловдив, Асоциация „Развитие на информационното общество“ и „Институт по математика и информатика“ към БАН, стр. 200-209, ISSN 1314-0752, 2011
7. Цървенков В., Павлов Н., Анев Ив., сборник от статии „Из опита на учителите по математика“, страници - 9, 111, 113, Народна Просвета, 1964
8. Чобанов Ив., Паскалев Г., „Математически софизми“, Народна Просвета, 1962
9. Klymchuk, S., „Provocative mathematics questions: drawing attention to a lack of attention“, Oxford University Press, 2014
10. Klymchuk, S., Staples, S., “Paradoxes and Sophisms in Calculus”, ISBN: 978-1-61444-110-6, Paperbound, 2013
11. Miyazoe T., Anderson T., “Learning Outcomes and Students’ Perceptions of Online Writing: Simultaneous Implementation of a Forum, Blog and Wiki in an EFL Blended Learning Setting”, System – an International Journal of Education Technology and Applied Linguistics, ISSN 0346-251X, Volume 38, Issue 2, June, 2010
12. Richard C Brown , “The Tangled Origins of the Leibnizian Calculus: A Case Study of a Mathematical Revolution”, ISBN-13: 978-9814390798/ ISBN-10: 9814390798, World Scientific Publishing Company, 2012

13. Sprague R., „The Older Sophists“, ISBN: 978-0-87220-556-8, University of South Carolina Press, 1972
14. <http://chs.harvard.edu/CHS/article/display/3780> , Center for Hellenic Studies, Harvard University
15. https://codex.wordpress.org/Installing_WordPress
16. <http://faculty.education.illinois.edu/burbules/papers/critical.html>
17. http://litenet.bg/publish21/d_kluster/kakvo.htm
18. <https://plato.stanford.edu/entries/sophists/>, Stanford Encyclopedia of Philosophy
19. <https://www.cphpvb.net/fun/7045-%CF%80-3/>
20. <http://www.creativebloq.com/web-design/best-blogging-platforms-121413634>
21. <http://www.criticalthinking.net/longdefinition.html>
22. <http://www.iep.utm.edu/sophists/#H3>, Internet Encyclopedia of Philosophy
23. <http://www.johnbaldoni.com/>
24. <https://www.math10.com/forumbg/viewtopic.php?t=2473>